

Problema I (10 puncte)

A. Motor (3 puncte)

În motorul cu explozie, mișcarea pistonului în cilindru (datorată arderii combustibilului), produce rotația unei volante.

Consideră că volanta se rotește cu viteza unghiulară constantă ω , și că raza volantei r este mult mai mică decât lungimea ℓ a barei care cuplează volanta la piston (vezi figura alăturată).

- Demonstrează că în aceste condiții mișcarea pistonului este, practic, o mișcare oscilatorie armonică.
- Calculează accelerația maximă a pistonului pentru un motor a cărei volantă se rotește cu turația de 800 rotații / min și are raza $r = 2 \text{ cm}$.



B. Bătăile inimii (6 puncte)

Ecocardiografia este o modalitate de investigare rapidă, de mare acuratețe și fără efecte secundare a stării de sănătate a inimii. Pe pieptul persoanei supusă unui test ecocardiografic se așează și se menține în repaus un traductor alcătuit dintr-un microfon și o sursă de ultrasunete. Microfonul recepționează simultan ultrasunetele emise de sursă și pe cele reflectate de suprafața în mișcare a inimii.

Modelează situația descrisă mai sus, considerând un obiect care se mișcă cu viteza v_0 spre traductorul, alcătuit dintr-o sursă aflată în repaus, care emite ultrasunete cu frecvența ν_0 și un microfon aflat de asemenea în repaus. Presupunem că traductorul poate fi considerat punctiform și notează cu v viteza de propagare a ultrasunetelor prin corpul uman.

- Determină expresia frecvenței ν_{ecou} a ultrasunetelor reflectate de obiect și recepționate de microfon, în funcție de frecvența ν_0 a ultrasunetelor emise de sursă, de viteza v_0 a obiectului și de viteza v de propagare a ultrasunetelor.
- Presupunem că viteza v_0 de deplasare a obiectului este mult mai mică decât viteza v de propagare a ultrasunetelor. Determină în acest caz expresia frecvenței ν_b a bătăilor detectate de microfonul care recepționează simultan ultrasunetele cu frecvențele ν_0 și ν_{ecou} .
- Într-un test ecocardiografic efectuat asupra unui nou născut, frecvența ultrasunetelor emise de sursă este de 2,40 MHz, iar frecvența maximă a bătăilor înregistrate de microfon este de 65 Hz. Estimează viteza maximă a suprafeței exterioare a inimii noului născut, dacă viteza de propagare a ultrasunetelor în corpul uman are valoarea de 1540 m/s.
- Presupunând că suprafața inimii noului născut descrie o mișcare oscilatorie armonică cu frecvența de 90 batai / min, calculează amplitudinea bătăilor inimii.

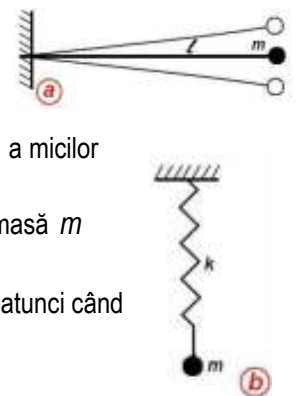
Problema II (10 puncte)

A. Săltărețul (2 puncte)

Atunci când este prins de capătul liber al unei baghete elastice fără greutate, încadrată cu celălalt capăt într-un perete, un corp cu masa m oscilează în urma unei excitări, cu frecvența f_1 a micilor oscilații (vezi figura a).

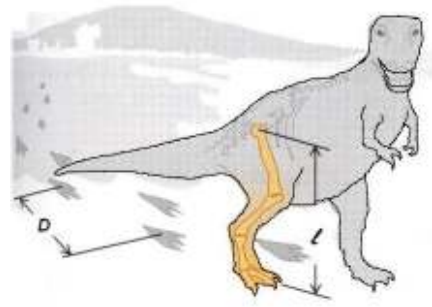
Atunci când este prins de capătul unui resort ideal având constanta de elasticitate k , corpul de masă m oscilează, în urma unei excitări, cu frecvența f_2 pentru mici oscilații (vezi figura b).

Determină perioada micilor oscilații ale corpului de masă m , legat de capătul de jos al resortului atunci când capătul de sus al resortului este legat la capătul liber al baghetei.



B. Tyranosaurus Rex (3 puncte)

Pendulul fizic este un corp masiv cu masa m , care poate oscila în jurul unei axe fixe aflată la distanța d de centrul de greutate al corpului. Pentru oscilații mici în câmp gravitațional uniform caracterizat de accelerația gravitațională g , perioada pendulului fizic are expresia $T = 2\pi\sqrt{J/(mgd)}$, în care J reprezintă momentul de inerție al corpului. Pentru un sistem de n puncte materiale cu masele $m_i, 1 \leq i \leq n$, aflate la distanțele ℓ_i de o axă de rotație, momentul de inerție este $J = \sum_{i=1}^n m_i \cdot \ell_i^2$.

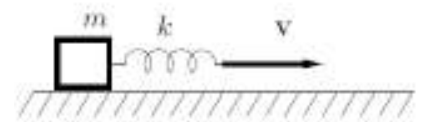


Toate ființele care pășesc, au un mod firesc de a merge (exprimat prin frecvența pașilor). Modul firesc de a merge este mult mai comod decât mersul mai rapid sau mai lent. Modelează piciorul care se rotește în articulația șoldului ca pe o bară uniformă cu lungimea ℓ și masa m care se rotește față de un capăt și consideră că la mersul firesc frecvența pașilor este egală cu frecvența acestui pendul fizic.

- Arată că frecvența pașilor la mersul firesc (în modelul simplu propus) nu depinde de masa piciorului.
- Studiind scheletul dinozaurului carnivor biped Tyranosaurus Rex, care a trăit în cretacic, acum 65 de milioane de ani s-a estimat că lungimea piciorului acestuia a fost $\ell = 3\text{ m}$, iar urmele pașilor imprimate în roci fosile, au evidențiat că „lungimea pasului” dinozaurului (distanța dintre două urme lăstate de același picior) era $D = 4,0\text{ m}$. Estimează valoarea vitezei cu care se deplasa în mod firesc Tyranosaurus Rex.

C. Alț săltăreț (4 puncte)

Un corp cubic de masă $m = 1\text{ kg}$ care are legat la un capăt un resort elastic de constantă $k = 1\text{ N/m}$ se află în repaus pe o suprafață orizontală (vezi figura alăturată). Se imprimă capătului liber al resortului viteza $v = 1\text{ m/s}$. Considerând $g = 10\text{ m/s}^2$, descrie mișcarea cubului atât în sistemul de referință legat de capătul liber al resortului și cu originea în poziția inițială a cubului (SM), cât și în sistemul de referință legat de suprafața de mișcare (SL) și scrie legea de mișcare a acestuia presupus punct material, în următoarele cazuri:



a. viteza capătului liber al resortului crește lent de la zero la v și se neglijează frecările;

b. viteza capătului liber al resortului devin brusc v și se neglijează frecările;

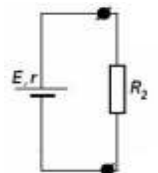
c. viteza capătului liber al resortului devin brusc v , iar coeficienții de frecare static respectiv dinamic dintre corp și suprafața de mișcare au valorile $\mu_0 = 1$, respectiv $\mu = 0,9$.

Problema III (10 puncte)

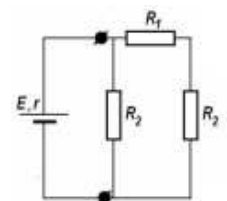
Tot felul de circuite

a. O baterie de curent continuu are tensiunea electromotoare $E = 32\text{ V}$ și rezistența internă $r = 2\ \Omega$.

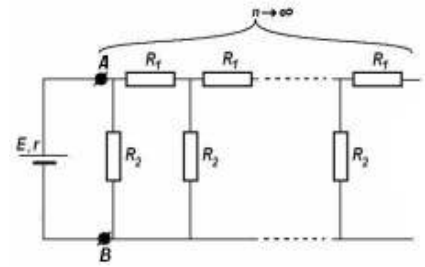
Atunci când la bornele bateriei se cuplează un rezistor cu rezistența electrică R_2 - ca în figura alăturată - aceasta debitează puterea maximă pe care o poate da într-un circuit exterior. Determină valoarea rezistenței R_2 .



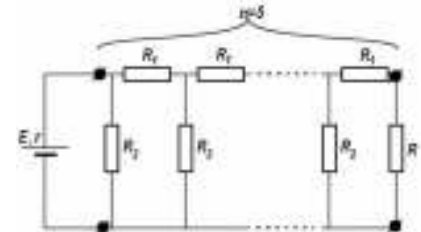
b. În cazul în care la bornele bateriei se leagă un ansamblu de rezistori, așa cum este ilustrat în diagrama din figura alăturată, bateria debitează în circuitul exterior numai $\eta = 15/16$ din puterea maximă. Determină valoarea rezistenței R_1 .



c. La bornele AB ale bateriei se conectează un ansamblu de rezistori, obținut prin repetarea de n ori a secțiunii alcătuite din rezistențele R_1 și R_2 (vezi figura alăturată). Determină valoarea intensității curentului electric care trece prin sursă în situația în care $n \rightarrow \infty$.



d. Consideră că la bornele bateriei se leagă un ansamblu de rezistori, obținut prin repetarea de $n = 5$ ori a secțiunii alcătuite din rezistențele R_1 și R_2 urmată de rezistorul cu rezistența $R = 2\Omega$. Diagrama circuitului este prezentată în figura alăturată. Determină valoarea intensității curentului ce străbate rezistorul cu rezistența R .



Notă: Se acordă câte un punct din oficiu pentru fiecare dintre cele trei probleme propuse.

Subiecte propuse de:

Prof. drd. Delia DAVIDESCU – Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar – Ministerul Educației Cercetării și Tineretului

Prof. dr. Constantin COREGA – Colegiul Național Emil Racoviță – Cluj

Conf. univ. dr. Adrian DAFINEI – Facultatea de Fizică – Universitatea București